

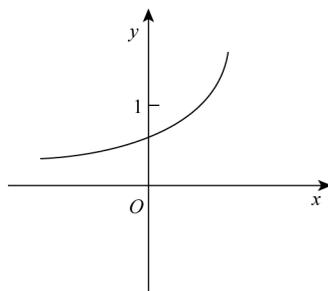
# 数学全真模拟试卷（一）

## 第 I 卷（共 50 分）

### 一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出。错选、多选或未选均无分。

1. 已知集合  $M = \{1, 2, 3\}$ ,  $N = \{0, 1, 3\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )  
 A.  $\{1\}$                       B.  $\{1, 3\}$                       C.  $\{0, 1\}$                       D.  $\{1, 2, 3\}$
2. 函数  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{1-x}}$  的定义域为 ( )  
 A.  $(0, 1)$                       B.  $(1, +\infty)$                       C.  $(-\infty, 1)$                       D.  $\mathbf{R}$
3.  $\frac{\log_3 8}{\log_3 2} =$  ( )  
 A. 3                                  B. 4                                  C.  $\log_3 4$                       D.  $\log_3 6$
4. 不等式  $-x^2 + x + 6 < 0$  的解集是 ( )  
 A.  $(-3, 2)$                       B.  $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$   
 C.  $(-2, 3)$                       D.  $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$
5. 等差数列  $\{a_n\}$  中, 若  $a_1 + a_9 = 4042$ , 则  $a_5 =$  ( )  
 A. 2019                      B. 2020                      C. 2021                      D. 2022
6. 函数  $y = -\sin\left(2\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$  的最小正周期是 ( )  
 A.  $\frac{1}{2}$                                   B. 1                                  C. 2                                  D. 4
7. 函数  $f(x) = a^{x+b}$  的图像如图所示, 其中  $a, b$  为常数, 则下列结论正确的是 ( )  
 A.  $a > 1, b < 0$                       B.  $a > 1, b > 0$   
 C.  $0 < a < 1, b < 0$                       D.  $0 < a < 1, b > 0$
8. 某医院为支援河北疫情, 从 4 名医生和 6 名护士中选派 2 名医生和 3 名护士参加援冀医疗小分队, 不同的选派方法共有 ( )  
 A. 40 种                      B. 60 种                      C. 80 种                      D. 120 种



9. 已知  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上周期为 2 的偶函数, 且  $f(1) = 2, f(2) = 3$ . 则  $f(5) + f(-2) =$  ( )  
 A. -5                      B. -1                      C. 1                      D. 5
10. 在  $ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对应的边分别是  $a, b, c$ . 若  $a^2 - c^2 + b^2 - \sqrt{3}ab = 0$ , 则  $\angle C =$  ( )  
 A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{2\pi}{3}$                       D.  $\frac{5\pi}{6}$

## 第 II 卷 (共 50 分)

### 二、填空题 (本大题共 3 小题, 每小题 4 分, 共 12 分)

请在每小题的空格中填上正确答案. 错填、不填均无分。

11. 各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_3 = 7a_1$ , 则数列  $\{a_n\}$  的公比  $q =$  \_\_\_\_\_.
12. 某校有学生 2000 人, 其中高三学生 500 人, 为了解学生的身体素质情况, 采用按年级分层抽样的方法, 从该校学生中抽取一个 200 人的样本, 则样本中高三学生的人数为 \_\_\_\_\_.
13. 直线  $x - y + 1 = 0$  与圆  $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$  交于  $A, B$  两点, 则  $A, B$  两点之间的距离  $|AB| =$  \_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (本大题共 3 小题, 第 14 小题 12 分, 第 15、16 小题各 13 分, 共 38 分)

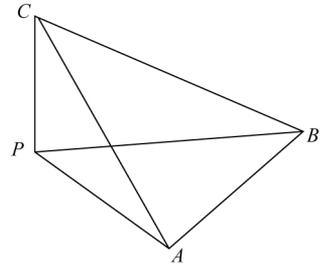
解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

14. 平面内给定三个向量  $\mathbf{a} = (3, 4), \mathbf{b} = (-1, 2), \mathbf{c} = (2, 1)$ .
- (1) 求满足  $\mathbf{a} = m\mathbf{b} + n\mathbf{c}$  的实数  $m, n$ ;
- (2) 若  $(\mathbf{a} + k\mathbf{c}) \parallel (2\mathbf{b} - \mathbf{a})$ , 求实数  $k$ .

15. 如图所示，三棱锥  $P-ABC$  的三条侧棱  $PA$ ， $PB$ ， $PC$  两两垂直，已知  $PA=PB=2$ ， $PC=1$ .

(1) 求证：直线  $PC \perp$  平面  $PAB$ ；

(2) 求三棱锥  $P-ABC$  的体积.



16. 已知  $F$  是抛物线  $x^2 = 4y$  的焦点，过  $F$  的直线  $l$  的倾斜角为  $\frac{3\pi}{4}$ .

(1) 求直线  $l$  的方程；

(2) 若直线  $l$  与抛物线相交于  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  两点，求  $A, B$  两点间的距离.

密  
封  
线  
内  
不  
要  
答  
题

# 数学全真模拟试卷 (二)

## 第 I 卷 (共 50 分)

### 一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请将其选出。错选、多选或未选均无分。

1. 已知集合  $A = \{x | x > 2\}$ , 集合  $B = \{x | -1 \leq x \leq 5\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )
  - A.  $\{x | x > -1\}$
  - B.  $\{x | 2 \leq x \leq 5\}$
  - C.  $\{x | 2 < x \leq 5\}$
  - D.  $\{x | x > 2\}$
2. 函数  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  的定义域为 ( )
  - A.  $(-1, +\infty)$
  - B.  $(1, +\infty)$
  - C.  $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$
  - D.  $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
3. 某城市有大型商场 20 个, 中型商场 50 个, 小型商场 80 个, 现采用分层抽样的方法抽取一个容量为 45 的样本进行调查, 则抽取的大型商场的个数为 ( )
  - A. 3
  - B. 6
  - C. 9
  - D. 12
4. 函数  $f(x) = |x-1| + |x+1|$  的奇偶性为 ( )
  - A. 奇函数
  - B. 偶函数
  - C. 非奇非偶函数
  - D. 既奇又偶函数
5. 已知向量  $\mathbf{a} = (1, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (x, 3)$ . 若  $\mathbf{a} // \mathbf{b}$ , 则  $x =$  ( )
  - A.  $\frac{3}{2}$
  - B.  $-\frac{3}{2}$
  - C. 6
  - D. -6
6. 正四棱锥底面边长和高都为 2, 则其表面积为 ( )
  - A. 12
  - B. 24
  - C.  $4\sqrt{5} + 4$
  - D.  $8\sqrt{5} + 4$
7. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 = -1$ ,  $a_5 = 8$ , 则它的前 10 项和  $S_{10} =$  ( )
  - A. 85
  - B. 95
  - C. 105
  - D. 125
8. 4 名学生和 2 名老师排成一排照相, 要求两位老师必须相邻但不站在两端, 则排法种数为 ( ) 种.
  - A. 72
  - B. 120
  - C. 144
  - D. 240

9. 双曲线  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$  的实轴长为 ( )

- A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 6

10. 若直线  $3x+4y=m$  与圆  $(x-1)^2+(y-1)^2=1$  相切, 则  $m=$  ( )

- A. 2 或 12              B. -2 或 -12              C. 2                      D. -12

## 第 II 卷 (共 50 分)

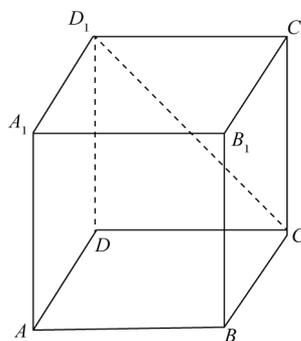
### 二、填空题 (本大题共 3 小题, 每小题 4 分, 共 12 分)

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

11. 已知向量  $\mathbf{a}=(2, 1)$ ,  $\mathbf{b}=(-2, 3)$ , 则  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$  \_\_\_\_\_ .

12. 等比数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_2=10$ ,  $a_{10}=20$ , 则  $a_{18} =$  \_\_\_\_\_ .

13. 如图所示, 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 已知  $CD=DD_1=2AD=2$ , 则两异面直线  $AA_1$  与  $CD_1$  所成角的大小为 \_\_\_\_\_ .



### 三、解答题 (本大题共 3 小题, 第 14 小题 12 分, 第 15、16 小题各 13 分, 共 38 分)

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

14. 大学毕业生小刘自主创业, 开了一家小商品超市. 已知超市中某商品的进价为每件 20 元, 售价为每件 30 元, 每个月可卖出 180 件; 如果每件商品的售价每上涨 1 元, 则每个月就会少卖出 9 件. 但每件售价不得高于 35 元, 设每件商品的售价上涨  $x$  元 ( $x$  为非负整数), 每个月的销售利润为  $y$  元.

(1) 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式, 并直接写出自变量  $x$  的取值范围;

(2) 利用 (1) 求的函数关系式求出每件商品的售价为多少元时, 每个月可获得最大利润? 最大利润是多少?

15. 已知函数  $f(x) = \sin x \cos \varphi + \cos x \sin \varphi$  (其中  $x \in \mathbf{R}$ ,  $0 < \varphi < \pi$ ).

(1) 求函数  $f(x)$  的最小正周期;

(2) 若函数  $y = f\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  的图像关于直线  $x = \frac{\pi}{6}$  对称, 求  $\varphi$  的值.

16. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点为  $F_1, F_2$ , 离心率为  $\frac{1}{2}$ , 且点

$P\left(1, \frac{3}{2}\right)$  在椭圆上.

(1) 求椭圆  $C$  的标准方程;

(2) 若直线  $l: x - y - 1 = 0$  交椭圆  $C$  于点  $A, B$  两点, 求  $\triangle OAB$  ( $O$  为坐标原点) 的面积  $S$ .

密  
封  
线  
内  
不  
要  
答  
题

# 数学全真模拟试卷（三）

## 第 I 卷（共 50 分）

### 一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出。错选、多选或未选均无分。

1. 已知集合  $A = \{x | x > 0\}$  ,  $B = \{x | -2 < x < 1\}$  . 则  $A \cup B =$  ( )
  - A.  $\{x | 0 < x < 1\}$
  - B.  $\{x | x > 0\}$
  - C.  $\{x | x > -2\}$
  - D.  $\{x | -2 < x < 1\}$
  
2. 函数  $y = \sqrt{8-2^x}$  的定义域为 ( )
  - A.  $[3, +\infty)$
  - B.  $(-\infty, 3]$
  - C.  $[-3, 3]$
  - D.  $[0, 3]$
  
3.  $\cos \frac{4\pi}{3} =$  ( )
  - A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
  - B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
  - C.  $-\frac{1}{2}$
  - D.  $\frac{1}{2}$
  
4. 设  $\mathbf{a}$  ,  $\mathbf{b}$  均为单位向量，其夹角  $\alpha$  为  $120^\circ$ ，则  $|\mathbf{a} + 2\mathbf{b}| =$  ( )
  - A.  $\sqrt{3}$
  - B. 2
  - C.  $\sqrt{6}$
  - D. 3
  
5. 已知直线  $l_1: 2x-5y+3=0$  与直线  $l_2: ax-10y+5=0$  平行，则  $a =$  ( )
  - A. 2
  - B. -2
  - C. 4
  - D. 5
  
6. 某单位要从 5 名男同志和 3 名女同志中选出 3 人，参加市区举办的“四送一服”民法典宣讲培训会，选出的 3 人中恰有 2 名男同志的选法种类有 ( ) 种 .
  - A. 60
  - B. 30
  - C. 20
  - D. 8
  
7. 不等式  $|x-3| < 1$  的解集为 ( )
  - A. (1, 3)
  - B. (2, 4)
  - C. (1, 4)
  - D.  $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$
  
8. 在  $\triangle ABC$  中，若  $a \cos B = b \cos A$ ，则  $\triangle ABC$  为 ( )
  - A. 等边三角形
  - B. 等腰三角形
  - C. 直角三角形
  - D. 等腰直角三角形
  
9. 已知函数  $f(x)$  为奇函数，且当  $x > 0$  时， $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ ，则  $f(-1) =$  ( )
  - A. 1
  - B. 0
  - C. 2
  - D. -2