

第一章 集合与条件

第一节 集合概念

一、选择题

1. 下列语句中,描述的是集合的是()

- A. 大于 2 的整数 B. 高三年级高个子女生
C. 数轴上位于原点附近的点的全体 D. 远小于 0 的实数

2. 下列关系中,正确的是()

- A. $-4 \in \mathbb{N}$ B. $\pi \in \mathbb{Q}$ C. $-0.36 \in \mathbb{Z}$ D. $\sqrt{7} \in \mathbb{R}$

3. 设集合 $M = \{x \mid x \leq 3\sqrt{2}\}$, $a = \pi$, 那么下列关系中正确的是()

- A. $a \subset M$ B. $a \in M$ C. $\{a\} \in M$ D. $a \notin M$

4. 下列关系中,正确的是()

- A. $0 \notin \emptyset$ B. $0 \in \emptyset$ C. $0 = \emptyset$ D. $0 \neq \emptyset$

5. 下列各组对象能形成集合的是()

- A. 高一年级帅气的学生 B. 接近于 2 的数
C. 平方等于 -1 的数 D. 商场里的漂亮衣服

6. 数集 \mathbb{N} 、 \mathbb{R} 、 \mathbb{Z} 之间关系是()

- A. $\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{R}$ B. $\mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{N} \subsetneq \mathbb{R}$
C. $\mathbb{R} \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{N}$ D. $\mathbb{R} \subsetneq \mathbb{N} \subsetneq \mathbb{Z}$

7. 方程 $(x+3)^2 = 0$ 的解集是()

- A. $\{0, 3\}$ B. $\{0, -3\}$ C. $\{-3, 3\}$ D. $\{-3\}$

8. 下列四个结论:①空集没子集;②空集是任何一个集合的真子集;③空集的元素个数为零;④任何一个集合都是它本身的子集. 其中,正确的有()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

9. 由小于 9 的正奇数构成的集合中,元素的个数是()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

10. 偶数集可表示为()

- A. $\{x \mid x=2n, n \in \mathbb{R}\}$ B. $\{x \mid x=2n, n \in \mathbb{Z}\}$
C. $\{x \mid x=2n, n \in \mathbb{N}\}$ D. $\{x \mid x=2n, n \in \mathbb{N}^*\}$

二、填空题

11. 若 $\{a, 0, b\} = \left\{c, \frac{1}{b}, -1\right\}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 用“ \in ”“ \notin ”“ \subseteq ”“ \supseteq ”或“ $=$ ”填空:

(1) $0 \underline{\hspace{2cm}} \mathbb{N}$;

(2) $\sqrt{3} \underline{\hspace{2cm}} \mathbb{Q}$;

(3) $1.414 \underline{\hspace{2cm}} \mathbb{Q}$;

(4) $\{x \mid x^2 = 1\} \underline{\hspace{2cm}} \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$;

(5) $\{x \mid 1 < x < 2\} \underline{\hspace{2cm}} \{x \mid -5 < x < 5\}$;

(6) $\{x \mid |x| < 0\} \underline{\hspace{2cm}} \{0\}$.

13. 用列举法表示大于 -3 小于 4 的整数的集合: _____.

14. 用描述法表示所有能被 5 整除的整数组成的集合: _____.

15. 已知集合 $M = \{1, 2, 3, 5\}$, 则 M 有 _____ 个真子集.

16. 设集合 $A = \{x \mid 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x \mid 4x^2 - 9 = 0\}$, 那么 $A \underline{\hspace{2cm}} B$.

17. 设集合 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{1, -3a\}$, 且 $A \supsetneqq B$, 则 a 的值是 _____.

18. 如果集合 $A = \{x \mid 1 < x \leq 4 \text{ 且 } x \in \mathbb{N}\}$, 那么用列举法表示, $A = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. $\{a, b\} \subseteq A \subseteq \{a, b, c, d\}$ 的集合 A 的个数为 _____.

20. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 1 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - x + 1 = 0\}$, 那么 $A \underline{\hspace{2cm}} B$.

三、解答题

21. 已知集合 A 中有 3 个元素: $a+7, 2a^2+5a+1, a^2+1$, 且 $4 \in A$, 求 a 的值.

22. 已知方程 $x^2+mx+n=0$ 的解集为 A , A 中只有一个元素 3, 试求 m 和 n 的值.

23. 已知集合 $A = \{x | mx^2 - 2x + 1 = 0\}$, 若 A 中元素至多只有一个, 求 m 的取值范围.

24. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, 集合 $B = \{x \mid x^2 + ax + b = 0\}$, 且 $A = B$, 求 a 和 b 的值.

25. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + 2x + a - 1 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 3x - 4 = 0\}$, 若 $A \cap B = \{-1\}$, 求实数 a 的值.

第二节 集合间关系及集合间的运算

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{x | x \leq 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
A. $\{x | x \leq 3\}$ B. $\{0, 1, 2\}$
C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{x | x < 3\}$
2. 设集合 $M = \{0, a\}$, $N = \{1, 4\}$, 且 $M \cap N = \{1\}$, 那么 $M \cup N = (\quad)$
A. $\{a, 0, 1, 4\}$ B. $\{1, 0, 1, 4\}$
C. $\{0, 1, 4\}$ D. 不确定
3. 设集合 $A = \{x | x \leq -3\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
A. $\{x | x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 1\}$ B. $\{x | -3 \leq x \leq 1\}$
C. \mathbf{R} D. \emptyset
4. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$, 那么集合 $M \cap N$ 为()
A. $\{x = 3, y = 1\}$ B. $\{3, -1\}$
C. $(3, -1)$ D. $\{(3, -1)\}$
5. 满足条件 $\{1, 3\} \cup A = \{1, 3, 5\}$ 的所有集合 A 的个数是()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. 设集合 $M = \{\text{菱形}\}$, $N = \{\text{平行四边形}\}$, 则 $M \cup N$ 等于()
A. M B. N C. $\{\text{正方形}\}$ D. $\{\text{矩形}\}$
7. 设集合 $A = \{m | m \in \mathbf{N}, m < 6\}$, $B = \{n | n \in \mathbf{N}, n > -5\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$
A. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{m | m \in \mathbf{N}, -5 < m < 6\}$
C. $\{m | m \in \mathbf{N}, m > -5\}$ D. \mathbf{Z}
8. 设全集 $U = \{2, 3, 5\}$, $A = \{a - 5, 2\}$, 且 $U \setminus A = \{5\}$, 则 a 的值为()
A. 2 B. 5 C. 8 D. 3

9. 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x+1>0\}$, 则 $\complement_U A$ 等于()

- A. $\{x|x<-1\}$ B. $\{x|x\leqslant -1\}$
C. $\{x|x>-1\}$ D. $\{x|x\geqslant -1\}$

10. 设全集 $U=\{1,3,5,6,8\}$, $A=\{1,6\}$, $B=\{5,6,8\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B$ 等于()

- A. $\{6\}$ B. $\{5,8\}$ C. $\{6,8\}$ D. $\{3,5,6,8\}$

二、填空题

11. $\{x|-3 < x < 6\} \cup \{x|-1 < x < 9\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 设集合 $A=\{x|x>2\}$, $B=\{x|x\leqslant 3\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 设集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$, $B=\{x|x^2+x-6=0\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设全集为 \mathbf{R} , 集合 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 5\}$, $B=\{x|x\geqslant 4\}$, 则 $A \cup CB = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 设集合 $A=\{1,3,5\}$, $B=\{2,3,4\}$, 则 $A \cup B$ 的子集个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 若 $\{3,5,m^2-3m-1\} \cap \{2m,-3\} = \{3\}$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 设全集 $U=\{2,4,a^2-a+1\}$, $A=\{2,a+1\}$, $\complement_U A=\{7\}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 已知集合 $S=\{(x,y)|x-y=1\}$, $T=\{(x,y)|x+y=3\}$, 那么 $S \cap T = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. 集合 A 的子集共有 32 个, 则集合 A 含有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个元素.

20. 设全集 $U=\{x|-4\leqslant x < 5\}$, $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$, 则 $\complement_U A = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

21. 已知 a 为实数, 且 $\{1,a^2\} \subsetneqq \{1,-3,4\}$, 求 a 的值.

22. 设集合 $A = \{5, |a|, 2a+3\}$, $B = \{-1, 6\}$, 且 $A \cap B = \{-1\}$, 求实数 a 的值.

23. 设集合 $A = \{1, |a|, a+1\}$, $B = \{1, 2\}$, 已知 $A \cup B = \{-1, 1, 2\}$, 求实数 a 的值.

24. 设方程 $x^2 - px + 21 = 0$ 的解集为 A , 方程 $x^2 - 8x + q = 0$ 的解集为 B , 若 $A \cap B = \{3\}$, 求 p 和 q 的值.

25. 已知集合 $M = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $N = \{x \mid x > a\}$, 若 $M \subset N$, 求实数 a 的取值范围.

第三节 充要条件

一、选择题

1. “ x 是自然数”是“ x 是实数”的()

- A. 充分条件
- B. 必要条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

2. “两直线平行”是“同位角相等”的()

- A. 充分条件
- B. 必要条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

3. 设 a, b 为实数, 则“ $a^2 = b^2$ ”的充分必要条件是()

- A. $a = b$
- B. $a = -b$
- C. $a^3 = b^3$
- D. $|a| = |b|$

4. 条件 $p: x > 1$ 是结论 $q: x > 3$ 的()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

5. “ $a + b > b + c$ ”是“ $a > c$ ”的()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

6. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x > 2$ ”的一个必要不充分条件是()

- A. $x > 1$
- B. $x < 1$
- C. $x > 3$
- D. $x < 3$

7. “ $x^2 + x - 6 = 0$ ”是“ $x = -3$ ”的()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

8. 下列结论正确的是()

- A. “ $x \in A$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的必要不充分条件
- B. “ $x^2 = y^2$ ”与“ $x = y$ ”等价
- C. “同位角相等”是“两直线平行”的充分不必要条件
- D. “ x 是自然数”是“ x 是整数”的充分不必要条件

9. “ $x=2$ ”是“ $(x-1)(x-2)=0$ ”的()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

10. “ $x=y$ ”是“ $|x|=|y|$ ”的()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

11. “ $a>3$ ”是“ $a>0$ ”的_____条件.

12. “ $x^2-9=0$ ”是“ $x-3=0$ ”的_____条件.

13. “一个四边形是矩形”是“一个四边形是正方形”的_____条件.

14. $ab \neq 0 \Leftrightarrow$ _____.

15. $(x-3)(x+4)=0 \Leftrightarrow$ _____.

16. “ $|a|=1$ ”是“ $a=-1$ ”的_____.

17. “ a 是 4 的倍数”的_____条件是“ a 是 2 的倍数”.

18. “ $|x|>0$ ”的_____条件是“ $x>0$ ”.

19. “ $\sqrt{3}$ 是实数,且 $\sqrt{3}$ 是无理数”是_____命题.

20. “一个数的平方一定不小于 0”是_____命题.

三、解答题

21. 已知 p 是 r 的必要条件, s 是 r 的充分条件, 求 s 是 p 的什么条件.

22. 设 $p : m < 0$; q : 关于 x 的方程 $x^2 + x + m = 0$ 有实数根, 试分析 p 是 q 的什么条件.

23. 已知 $p : a > 2, b > 4$; $q : ab > 8$, 判断 p 是 q 的什么条件.

24. 条件“ $a > b > 0$ ”是结论“ $|a| > |b|$ ”的什么条件?

25. 条件“ $a > b > 6$ ”是结论“ $a > 2, b > 4$ ”的什么条件?

综合检测卷

一、选择题

1. 下列集合中,表示有限集合的是()
A. $\{x \mid x = 2n, \text{且 } n \in \mathbb{N}\}$ B. $\{x \mid x^2 = 1\}$
C. $\{x \mid -1 < x < 1\}$ D. $\{(x, y) \mid x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\}$
2. 关于 $0, \{0\}, \emptyset$,下列表示正确的是()
A. $0 = \emptyset, \emptyset \subsetneq \{0\}$ B. $\{0\} = \emptyset, 0 \notin \emptyset$
C. $0 \in \{0\}, \emptyset \subsetneq \{0\}$ D. $\{0\} = \emptyset, 0 \subseteq \{0\}$
3. 集合 $M = \{-4, 0, 4\}$ 的子集个数为()
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
4. 集合 $A = \{x \mid 0 \leq x < 5\}$, $B = \{x \mid x \geq 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{x \mid 1 \leq x < 5\}$ B. $\{x \mid 0 \leq x < 5\}$ C. $\{x \mid x \geq 1\}$ D. $\{x \mid x < 5\}$
5. 集合 $M = \left\{x \mid x > \frac{1}{2}\right\}$, $S = \{x \mid x > -1\}$, 则 $M \cup S$ 等于()
A. $\left\{x \mid x > \frac{1}{2}\right\}$ B. $\{x \mid x > -1\}$
C. $\left\{x \mid -1 < x < \frac{1}{2}\right\}$ D. $\left\{x \mid x < \frac{1}{2}\right\}$
6. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 5\}$, 且 $B \subseteq \complement_U A$, 则集合 B 的个数是()
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
7. 若全集 $U = \{x \mid x < 10, \text{且 } x \in \mathbb{N}\}$, $A = \{3, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, 则集合 $\{0, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9\}$ 表示()
A. $A \cup B$ B. $A \cap B$ C. $\complement_U A \cup \complement_U B$ D. $\complement_U A \cap \complement_U B$
8. “ $|x| + |y| = 0$ ”是“ $xy = 0$ ”的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
9. 与不等式 $x^2 - 5x + 6 \neq 0$ 等价的是()
A. $x \neq 3$ B. $x \neq 2$ C. $x \neq 2$ 且 $x \neq 3$ D. $x \neq 2$ 或 $x \neq 3$
10. 设集合 $M = \{x \mid -1 \leq x < 2\}$, $N = \{x \mid x - k \leq 0\}$, 若 $M \cap N = M$, 则 k 的取值范围是()
A. $\{k \mid -1 < k < 2\}$ B. $\{k \mid k > 2\}$
C. $\{k \mid k \geq 2\}$ D. $\{k \mid -1 \leq k \leq 2\}$

二、填空题

11. 用适当符号填空(用“ \subseteq ”, “ \supseteq ”, “ \in ”, “ \notin ”, “=”填空):

(1) $\{5\} \underline{\quad} \{2, 3, 5\};$

(2) $-2 \underline{\quad} \{x | x^2 = 4\};$

(3) $\{x | |x| = -3\} \underline{\quad} \emptyset;$

(4) $\{0, 1\} \underline{\quad} \{x | x \leq 1\}.$

12. 集合 $A = \{2 \text{ 的倍数}\}, B = \{3 \text{ 的倍数}\}$, 则 $A \cap B = \underline{\quad}$.

13. 集合 $A = \{x | x^2 + x - 1 = 0\}, B = \{x | x^2 - x + 1 = 0\}$, 则集合 A, B 之间关系是 $\underline{\quad}$.

14. 设集合 $A = \{1, 3, a\}, B = \{1, a^2 - a + 1\}$, 且 $A \supsetneqq B$, 则 a 的值是 $\underline{\quad}$.

15. 已知集合 $A = \{-1, 3, m\}, B = \{3, 4\}$, 若 $B \subsetneqq A$, 则 $m = \underline{\quad}$.

16. 已知集合 $A = \{x | x^2 - px - q = 0\}, B = \{x | x^2 + qx - p = 0\}$, 且 $A \cap B = \{1\}$, 则 $A \cup B = \underline{\quad}$.

17. 集合 A 的子集共有 32 个, 则集合 A 含有 $\underline{\quad}$ 个元素.

18. 在 $\triangle ABC$ 中“ $\alpha = 60^\circ$ ”是“ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ”的 $\underline{\quad}$ 条件.

三、解答题

19. 已知 $\{2, 5, 7\} \cup \{a+3, 7, 9\} = \{2, 5, 6, 7, 9\}$, 求 a 的值.

20. 设全集 $U = \{3, 5, 7\}$, $A = \{3, |a-4|\}$, $\complement_U A = \{7\}$, 求 a 的值.

21. 已知集合 $A = \{x | ax - 1 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - x - 6 = 0\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的值.

22. 设集合 $A = \{|a+1|, 3, 5\}$, $B = \{2a+1, a^2+2a, a^2+2a-1\}$, 且 $A \cap B = \{2, 3\}$, 求 $A \cup B$.

23. 设集合 $A = \{x | -1 < x \leq 5\}$, $B = \{x | x \leq a\}$, 若 $A \subsetneq B$, 试求 a 的取值范围.